

文章编号:1000-8055(2011)10-2227-10

时变转速下裂纹圆柱壳的参数振动稳定性分析

辛健强, 王建军

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)

摘 要: 利用有限元方法建立周期时变转速影响下裂纹圆柱壳的有限元模型并且得到了系统的质量、刚度和阻尼矩阵, 在对圆柱壳进行模态分析的基础上, 利用 Bolotin 方法编制 MATLAB 程序进行周期时变转速影响下裂纹圆柱壳的参数振动稳定性分析, 讨论裂纹长度 C 、模态阻尼比 ξ 、转速基值 Ω_0 、静载荷因子 α 和动载荷因子 β 对不稳定区域的影响规律。

关 键 词: 裂纹; 圆柱壳; 周期时变转速; 模态特性; 参数振动稳定性

中图分类号: V232.5

文献标志码: A

Stability analysis of parametric resonance of a crack cylindrical shell with time-varying rotating speed

XIN Jian-qiang, WANG Jian-jun

(School of Jet Propulsion,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: A crack cylindrical shell model with time-varying rotating speed was established using the finite element method and get the system quality stiffness and damping matrix. On the basis of modal analysis, Bolotin's method was applied to explore the dynamic instability region. Examples of stability charts were worked out and the dependence of stability on various parameters, including crack length C , modal damping ratio ξ , rotating speed basic value Ω_0 , steady load factor α and dynamic load factor β was discussed.

Key words: crack; cylindrical shell; time-varying rotating speed; modal characteristic; parametric vibration stability

圆柱壳是航空航天工程中经常利用的一种结构, 包括航空发动机、飞机、火箭和导弹等都经常用到圆柱壳结构。圆柱壳的振动特性直接影响航空航天器工作可靠性和结构完整性, 因此人们对其动态特性进行了深入的研究工作^[1]。圆柱壳在受到周期时变载荷作用时, 系统的刚度矩阵会随时间变化, 圆柱壳会成为一个参数振动系统, 当周期时变载荷的频率与系统固有频率满足某种关系时, 壳便会发生参数共振, 学者们已经在这方面进

行了深入的研究^[2]。Bolotin^[3]首先对这方面的工作进行了总结, 自此开始人们对壳的参数振动稳定性问题进行了深入的研究; 文献[4-7]对圆柱壳参数振动稳定性的一般理论进行了研究, 文献[8-10]对圆柱壳的参数振动稳定性问题进行了实验验证, 文献[11-13]考虑了复杂效应对圆柱壳参数振动稳定性的影响规律。

在对结构参数振动稳定性的研究中, 大多数文献考虑的时变载荷均是轴向面内均布载

收稿日期: 2010-11-18; 修订日期: 2011-02-28

基金项目: 国家高技术研究发展计划(2008AA04Z403)

作者简介: 辛健强(1984—), 男, 陕西宝鸡人, 博士生, 主要从事航空发动机强度振动方面的研究。

通讯作者: 王建军(1956—), 男, 江苏铜山人, 教授、博士生导师, 研究方向为航空发动机叶盘转子和传动系统振动及振动控制。

E-mail: wangjjb@263.net

荷^[5,14];流动着脉动流体的管道是一种常见的结构,因此也有学者研究这类时变流体载荷^[15];在航空发动机等旋转机械中,转速时变是一种常见的现象,因此大量文献研究了周期时变转速作用下的叶片、盘的参数振动稳定性问题^[16-18],但是迄今为止还没有文献研究周期时变转速影响下壳体的参数振动稳定性问题.在实际工程壳结构中,周期时变转速是一种可能出现的状况,因此本文研究了周期时变转速下圆柱壳的参数振动稳定性问题.

由于质量轻、承载能力大,壳体是航空发动机中的重要构件.但是像高速转动的鼓筒、空气导管和篦齿密封组件等转动壳体,随着直径增大、转速增高,时常会产生各种裂纹,进而破坏系统结构完整性.例如某发动机的封严篦齿裂纹故障,某发动机涡轮轴后锥段断裂故障,某型发动机减速器一级齿轮轮毂和轴承卡圈断裂故障等^[19].大量的事故说明了旋转薄壁壳结构极易产生裂纹,并且裂纹会影响其动力特性进而导致破坏.对于裂纹壳动力特性进行深入研究,了解故障状态下结构的固有特性、响应特性和参数振动稳定性,对航空发动机结构工程性能监控、故障分析、故障诊断等可以提供工程依据.因此学者们对裂纹壳的动态特性展开了深入研究^[19,20].

综上所述,本文的主要工作是研究考虑离心效应的旋转裂纹圆柱壳的振动特性和考虑周期时变转速时的裂纹壳的参数振动稳定性问题.其中振动特性的研究工作是参数振动稳定性研究的基础,利用其对动力不稳定现象进行解释.在参数振动稳定性分析中,首先利用有限元方法得到系统的离散动力学方程,再利用 Bolotin 法得到系统的不稳定曲线.文中研究了模态阻尼比、裂纹长度、转速基值、静载荷因子和动载荷因子等参数对结构参数振动稳定性的影响.本文利用有限元方法研究参数振动稳定性的程序可以用于各种工程实际结构,得到高保真模型的不稳定区域.

1 有限元模型与参数振动稳定性求解方法

1.1 有限元模型

轴向正中位置有一个长度为 C 的裂纹圆柱壳的几何模型如图 1 所示,利用 ANSYS 11.0 进行前处理,采用了一种特别适于计算曲壳的单元(shell93)进行网格划分.

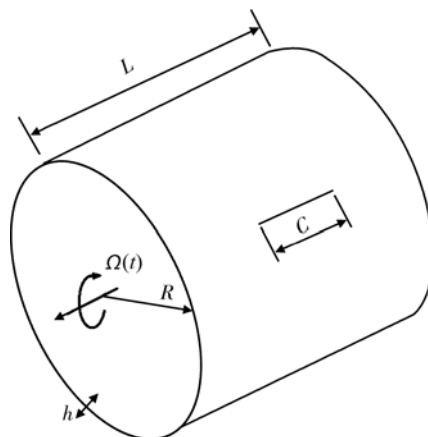


图1 裂纹圆柱壳的几何模型

Fig. 1 Geometry of the cylindrical shell

首先对一个完整圆柱壳的进行振动分析,与文献中的理论、实验和数值仿真结果进行对比,以验证模型建立和单元使用的正确性.圆柱壳的几何参数为:半径 $R=242.3\text{ mm}$,长度 $L=609.6\text{ mm}$,厚度 $h=0.648\text{ mm}$, $E=68\,950\text{ MPa}$, $\gamma=0.315$, $\rho=2\,714.5\text{ kg/m}^3$.长度方向和圆周方向分别划分 30 个单元和 80 个单元.考虑两种边界条件:两端固持(C-C)和两端简支(S-S),文献中的理论、实验、数值计算结果和本文的结果都列于表 1 中,给出了第 1 阶频率值,结果验证了本文有限元模型和数值计算的正确性.

表 1 模态分析模型验证

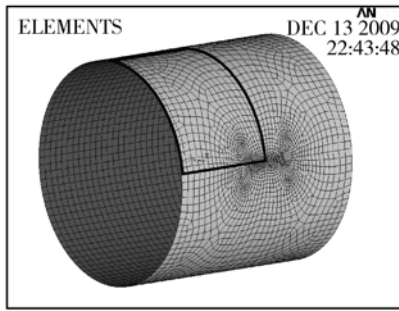
Table 1 Model verification for free vibration analysis

边界条件	参考文献	频率/Hz
两端简支	实验[21]	163 和 169
	理论[3]	168.13
	数值计算[22]	166.22
	数值计算[13]	166.40
	本文	168.73
两端固持	实验[21]	227.00
	数值计算[22]	236.44
	数值计算[13]	235.91
	本文	235.69

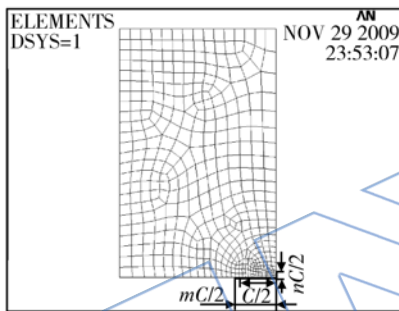
利用 Javidruzi^[13]所述的分网方式对裂纹圆柱壳(图 1)进行分网,得到的有限元模型如图 2 所示. Javidruzi 的工作验证了利用这种分网方式进行裂纹壳的振动、屈曲和参数振动稳定性研究的准确性.本文利用 APDL(ANSYS parametric design language)编写了自动生成裂纹壳有限元

模型的程序. 建立模型的各种参数有: e , m , n 和 r . 其中 e 是裂纹边缘的单元尺寸, r 是无裂纹区域和裂纹局部的网格尺寸比例, $mC/2$ 和 $nC/2$ 描述了裂纹区域的大小, 如图 2 所示, 并且 m 和 n 可以由式(1)求得.

$$\begin{aligned} m &= 1 + 2 \times e/C \\ n &= 2 \times e/C \end{aligned} \quad (1)$$



(a) 直角坐标系下完整模型



(b) 柱坐标系下 1/8 模型

图 2 裂纹圆柱壳的有限元模型

Fig. 2 Finite element model of crack cylindrical shell

1.2 求解结构参数振动稳定性的 Bolotin 方法

周期时变转速作用下, 系统的运动平衡方程的矩阵形式为

$$\mathbf{M}\{\ddot{\mathbf{x}}\} + \mathbf{C}_0\{\dot{\mathbf{x}}\} + [\mathbf{K} + \mathbf{K}(\Omega(t))]\{\mathbf{x}\} = 0 \quad (2)$$

其中 $\mathbf{M}$ 为质量矩阵, $\mathbf{C}_0$ 为阻尼矩阵, $\mathbf{K}$ 为弹性刚度矩阵, $\mathbf{K}(\Omega(t))$ 为周期时变转速 $\Omega(t)$ 作用下的应力刚化矩阵, $\{\mathbf{x}\}$, $\{\dot{\mathbf{x}}\}$ 和 $\{\ddot{\mathbf{x}}\}$ 分别为位移、速度和加速度矢量.

假设旋转角速度 $\Omega(t)$ 为平均速度 Ω_1 和随时间周期波动速度 $\Omega_2 \sin \theta \cdot t$ 的加和, 表达式为

$$\Omega(t) = \Omega_1 + \Omega_2 \cdot \sin \theta \cdot t \quad (3)$$

其中 Ω_1 和 Ω_2 可以表达为以下形式:

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= \alpha \cdot \Omega_0 \\ \Omega_2 &= \beta \cdot \Omega_0 \end{aligned} \quad (4)$$

式(4)中 α 和 β 分别是静载荷因子和动载荷因子. 将式(4)代入式(3)中可以得到

$$\Omega(t) = \Omega_0 (\alpha + \beta \cdot \sin \theta \cdot t) \quad (5)$$

转速时变直接导致离心力随时间变化, 预应力的变化会直接影响到系统刚度随时间的变化, 因此假设 $\mathbf{K}(\Omega(t))$ 在转速波动不大时有如下表达式:

$$\mathbf{K}(\Omega(t)) = \Delta \mathbf{K} \cdot \Omega^2(t) \quad (6)$$

其中 $\Delta \mathbf{K}$ 是常量刚度矩阵, 表示增加单位角速度时的刚度增加量. 这个假设将在第 2.1 节的数值计算中进行验证. 将式(5)和式(6)代入式(2)中, 平衡方程可以表示为以下形式:

$$\mathbf{M}\{\ddot{\mathbf{x}}\} + \mathbf{C}_0\{\dot{\mathbf{x}}\} +$$

$$[\mathbf{K} + \Delta \mathbf{K} \Omega_0^2 (\alpha + \beta \sin \theta t)^2] \{\mathbf{x}\} = 0 \quad (7)$$

其中 $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}_0$, $\mathbf{K}$ 和 $\Delta \mathbf{K}$ 都可以利用有限元法得到. 式(7)即是含有时变系数的二阶微分方程组, 其描述的系统是一个典型的参数振动系统. 参数振动系统的典型特点是当时变参数的频率与系统的固有频率满足一定关系时, 系统可能产生大的响应振幅. 这种大响应称为参数共振. 参数共振与普通共振的一个显著区别是它不仅仅发生在一个确定的频率下, 而且在一定的参数激励频率范围内都会发生, 因此对于参数振动问题研究的一个重要方面是确定能够激起参数共振的参数激励频率和参数激励幅值的范围, 即确定参数不稳定区, 一般称为参数振动稳定性研究.

式(7)所描述系统的主参数不稳定区域为周期解 T 和 $2T$ 所对应的解, 其中 $T = 2\pi/\theta$, 即为系统的某一阶固有振动周期. 周期为 $2T$ 的不稳定区域最重要, 因为它所包含的面积比周期为 T 的不稳定区域大. 根据 Bolotin 方法^[3,23], 周期为 $2T$ 的解可以表达为以下形式:

$$x(t) = \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[a_k \sin \left(\frac{k\theta t}{2} \right) + b_k \cos \left(\frac{k\theta t}{2} \right) \right] \quad (8)$$

其中 a_k 和 b_k 为常系数. 将式(8)代入式(7)并使 $\sin \theta t/2$ 和 $\cos \theta t/2$ 两项所对应的系数相等, 即可以得到一系列含有 a_k 和 b_k 的线性微分方程, 其非平凡解条件要求系数行列式为 0, 按此条件求解方程即可得到参数激励的频率和参数激励幅值关系的“V”型曲线, 当结构的参数激励频率与参数激励幅值处于“V”线内部时, 系统处于参数不稳定状态, 会发生参数共振, “V”线内部的区域称为参数振动不稳定区.

2 裂纹圆柱壳的模式特性分析

在本节以及第 3 节的数值计算中, 模型选用了有裂纹和无裂纹的两端固持圆柱壳进行研究. 其中圆柱壳的几何尺寸如下半径 $R=500$ mm、长

度 $L=1000\text{ mm}$ 、厚度 $h=1\text{ mm}$ 。本节中首先对刚度假设(式(6))进行了验证,然后对裂纹壳的振动特性进行分析。其中振动特性的研究工作是第3节进行参数振动稳定性研究的基础,可以对参数振动稳定性研究进行解释和说明。

2.1 假设验证

1.2小节中的假设(式(6))是本文进行参数振动稳定性分析的基础。因此利用假设得到圆柱壳的刚度矩阵,再利用有限元得到系统的刚度矩阵,进行模态计算以验证假设的正确性。选择两个圆柱壳:完整圆柱壳和一个裂纹长度为 200 mm 的裂纹圆柱壳,考虑转速区间为: $30\sim 90\text{ rad/s}$ 。首先利用假设计算转速变化范围内的固有频率:利用 ANSYS 得到转速为 $30\sim 90\text{ rad/s}$ 时考虑离心效应的圆柱壳刚度矩阵 $\mathbf{K}_{30}$ 和 $\mathbf{K}_{90}$, 然后代入式(6)中

$$\begin{aligned}\mathbf{K}_{30} &= \mathbf{K} + \Delta\mathbf{K} \times 30^2 \\ \mathbf{K}_{90} &= \mathbf{K} + \Delta\mathbf{K} \times 90^2\end{aligned}\quad (9)$$

利用式(9)求解出 $\mathbf{K}$ 和 $\Delta\mathbf{K}$, 再利用假设得到 $30\sim 90\text{ rad/s}$ 范围内任意转速 Ω 下的刚度矩阵 $\mathbf{K}_{\Omega}$ 如式(10)所示

$$\mathbf{K}_{\Omega} = \mathbf{K} + \Delta\mathbf{K} \times \Omega^2 \quad (10)$$

最后利用假设得到的各转速下的刚度矩阵计算固有频率,以此结果和利用 ANSYS 直接计算得到的各转速下的固有频率进行比较,结果列于表2和表3中,均验证了假设的正确性。

表2 假设求解得到第1阶固有频率与 ANSYS 计算得到固有频率比较(裂纹壳)

Table 2 Comparison of the first order frequency of a crack cylindrical shell using assumption method and using ANSYS

转速/ (rad/s)	频率 (根据假设 计算)/Hz	频率 (ANSYS 直接 计算)/Hz	误差/%
31.2000	132.5934	132.7304	-0.1032
38.4000	136.1512	136.3037	-0.1119
45.6000	140.1906	140.3529	-0.1157
52.8000	144.5128	144.6809	-0.1162
60.0000	148.9111	149.0844	-0.1162
67.2000	153.2668	153.4315	-0.1074
74.4000	157.4190	157.5395	-0.0765
81.6000	160.9471	160.9668	-0.0123
88.8000	162.8889	162.7290	0.0983

表3 假设求解得到第1阶固有频率与 ANSYS 计算得到固有频率比较(完整壳)

Table 3 Comparison of the first order frequency of a perfect cylindrical shell using assumption method and using ANSYS

转速/ (rad/s)	频率 (根据假设 计算)/Hz	频率 (ANSYS 直接 计算)/Hz	误差/%
31.2000	133.8951	134.1762	-0.2095
38.4000	137.6483	137.9064	-0.1872
45.6000	141.9965	142.2172	-0.1552
52.8000	146.8187	146.9982	-0.1221
60.0000	151.9418	152.0915	-0.0984
67.2000	157.1309	157.3317	-0.1276
74.4000	162.3914	162.6565	-0.1630
81.6000	167.8634	168.1534	-0.1725
88.8000	173.5879	173.8897	-0.1735

2.2 模态分析

本小节研究了转速引起的离心力影响下裂纹圆柱壳的自由振动问题。当式(7)中的动载荷因子为0,即 $\beta=0$,且阻尼也为0时,问题则转化为一个自由振动问题。

首先研究了0转速下裂纹长度对圆柱壳振动特性的影响规律。图3~图5是不同长度裂纹影

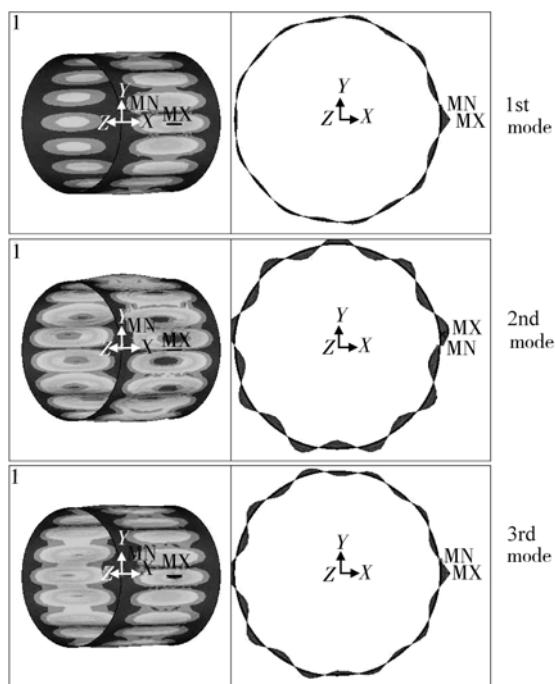
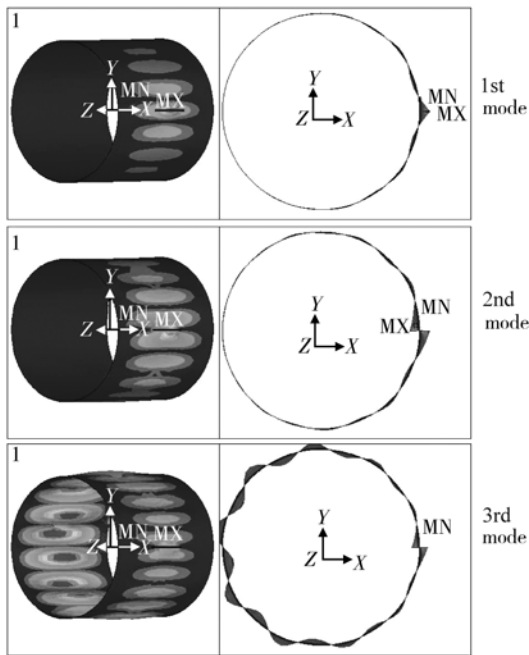
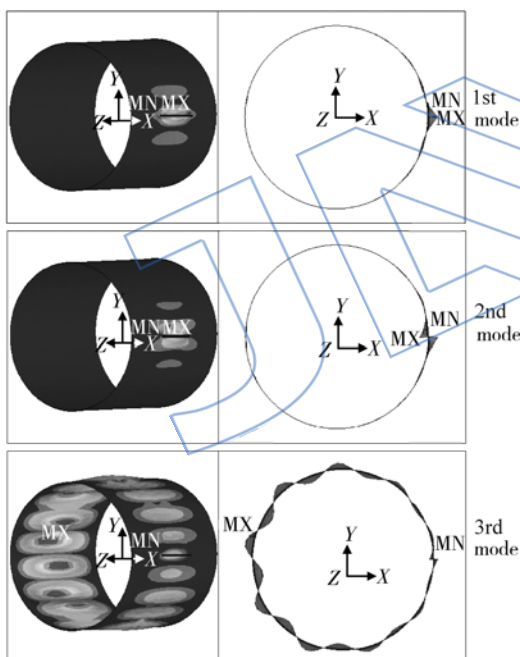


图3 模态振型($C=0.15L$)

Fig. 3 Vibration modes ($C=0.15L$)

图 4 模态振型 ($C=0.25L$)Fig. 4 Vibration modes ($C=0.25L$)图 5 模态振型 ($C=0.35L$)Fig. 5 Vibration modes ($C=0.35L$)

响下圆柱壳的前三阶模态振型. 结果显示: 前两阶模态在裂纹区域出现了局部化现象, 并且随着裂纹长度的不断加大, 局部化现象也越来越严重. 当裂纹长度增大到 $0.35L$ 时, 振动已经局部化于裂纹附近的一个小区域内了. 但是第三阶模态受裂纹的影响却比较小, 当裂纹增长到 $0.35L$ 时, 裂纹区域的振动仍然非常弱, 其他区域的振动都很正常, 没有出现振动局部化现象. 图 6 给出了前三

阶固有频率随着裂纹长度增加而变化的规律. 从图中可以看出, 随着裂纹长度的增加前两阶固有频率明显降低, 但是第三阶固有频率几乎不受裂纹长度变化的影响, 这也与图 3~图 5 的结果一致. 对于前两阶模态, 在裂纹长度较小时, 固有频率降低非常慢, 模态振型也与无裂纹壳几乎一样; 当裂纹长度超过 $0.2L$ 以后, 固有频率降低明显, 模态也很快局部化于裂纹区域. 在文献[13]的研究工作中, 也得到了类似的结论.

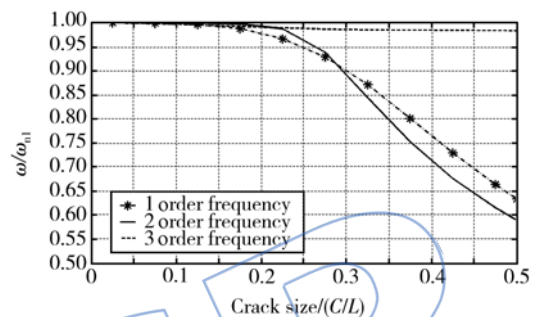


图 6 裂纹长度对前三阶固有频率的影响

Fig. 6 Effect of crack length on the first three order natural frequencies

图 7 给出了不同转速下裂纹长度对旋转圆柱壳第 1 阶固有频率的影响, 图中给出了三种转速: $0, 50 \text{ rad/s}$ 和 100 rad/s . 图 7 中的曲线可以分为两个部分: 平缓变化区和剧烈变化区. 在平缓变化区中, 随着裂纹长度的增长固有频率降低很慢, 并且由于旋转带来的离心刚化效应的影响, 转速越高平缓变化区所对应的频率也越高. 在剧烈变化区中, 随着裂纹长度的增长固有频率降低很快, 并且转速越高, 剧烈变化区的频率曲线越陡峭, 频率降低越快.

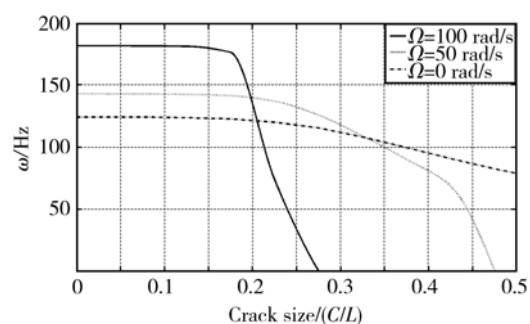


图 7 不同转速时裂纹长度对第 1 阶固有频率的影响

Fig. 7 Effect of crack length on the first order natural frequency with different rotating speeds

不同裂纹长度影响下圆柱壳第1阶固有频率随着转速的变化关系曲线如图8所示. 四条曲线所对应的裂纹长度分别为: 0, 0.18L, 0.2L 和 0.22L. 无裂纹圆柱壳的第1阶固有频率随着转速的增加而增加, 这是由于离心刚化效应引起的. 当壳有裂纹时, 最初随着转速的增加第1阶固有频率也会增大, 但是当转速达到一定值后, 随着转速的继续增大固有频率开始降低, 并且一直降低到0为止. 这是由于当转速较小时, 裂纹区域的应力不大, 离心刚化效应使得裂纹壳的总刚度矩阵增大, 固有频率升高; 随着转速的继续增大, 裂纹区域的应力水平增大明显, 局部刚度减弱导致裂纹壳的固有频率下降. 频率达到最大时裂纹壳的临界转速与裂纹长度有关, 裂纹越长临界转速越小. 随着裂纹长度的增大, 转速-频率曲线越低, 所包围的面积也越小. 每一条转速-频率曲线都可以分为两部分: 频率增长区和频率降低区. 这两个区域的分界点是 $\Omega = \Omega_{\max}$, 如图8所示, 三种裂纹长度对应的分界点分别是 $\Omega_{\max} - C180 \text{ rad/s}$, $\Omega_{\max} - C200 \text{ rad/s}$ 和 $\Omega_{\max} - C220 \text{ rad/s}$.

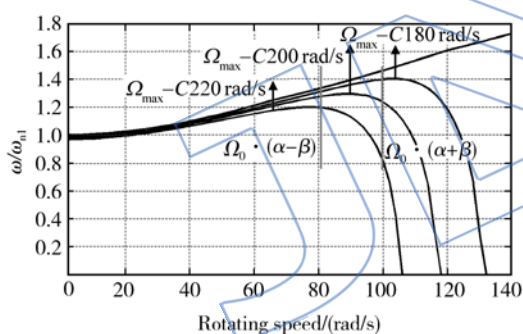


图8 不同裂纹长度时转速对固有频率的影响

Fig. 8 Effect of rotating speed on the first order natural frequency with different crack lengths

3 裂纹圆柱壳的参数振动稳定性分析

在第2节进行裂纹壳模态分析的基础上, 本节给出了旋转裂纹圆柱壳的参数振动稳定性分析结果. 分析了转速基值 Ω_0 、静载荷因子 α 、动载荷因子 β 、模态阻尼比 ξ 和裂纹长度 C 对不稳定区的影响. 根据1.2节中式(7)和式(8)利用 Bolotin 方法编制 MATLAB 程序进行参数振动稳定性计算. 其中质量矩阵和刚度矩阵都是由有限元方法得到的, 为了满足计算的精度和保证计算效率, 在

长度方向和圆周方向分别取了15个单元和48个单元.

3.1 无裂纹圆柱壳的参数振动稳定性

由于模型为一个多自由度系统, 因此对应每一个固有频率都有一个对应的主不稳定区(周期为 $2T$ 的不稳定区), 图9仅给出了周期时变转速影响下无阻尼完整圆柱壳的前4阶固有频率所对应的主不稳定区. 参数选取 $\Omega_0 = 10 \text{ rad/s}$, $\alpha = 1$. 图中的横轴代表参数激励频率, 纵轴代表时变载荷的幅值. “V”形区域内所包围的部分为不稳定区. 如果激励参数处于不稳定区域内, 会发生参数共振.

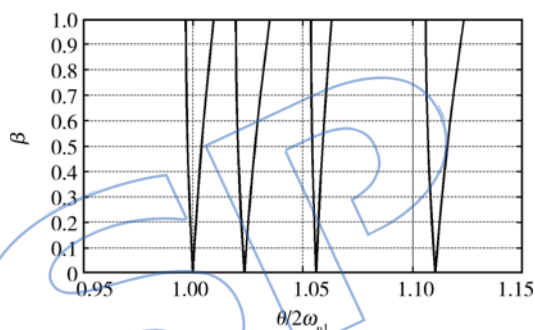


图9 完整圆柱壳的前4阶不稳定区

Fig. 9 First four instability regions of perfect cylindrical shell with time-varying rotating speed

周期时变转速的基值 Ω_0 对无裂纹圆柱壳动力不稳定区域的影响规律如图10所示, 图中给出了不同 Ω_0 作用时第1阶不稳定区域的图线. 从图中可以看出, 随着 Ω_0 的增加, 不稳定区域向着高频方向移动, 并且其面积也增大了. 因而得出以下结论: 增大周期时变转速的基值 Ω_0 会使无裂纹圆柱壳的刚度增大, 但是会使它的参数振动稳定性减弱.

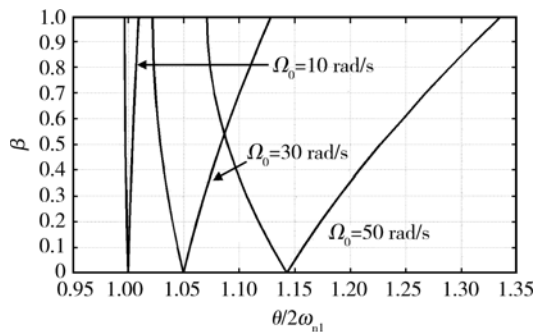


图10 Ω_0 对完整圆柱壳不稳定区的影响

Fig. 10 Effect of Ω_0 on instability regions of perfect cylindrical shell

图 11 给出了静载荷因子 α 对第 1 阶不稳定区域的影响规律. 从图中可以看出随着静载荷因子的增大, 不稳定区域整体向着高频区域移动, 并且不稳定区域的面积也略有增大. 由此可见对于无裂纹圆柱壳, 在转速基值 Ω_0 固定不变的情况下, 不稳定区域的位置由静载荷因子 α 确定, 而不稳定区域的大小则由静载荷因子 α 和动载荷因子 β 共同决定.

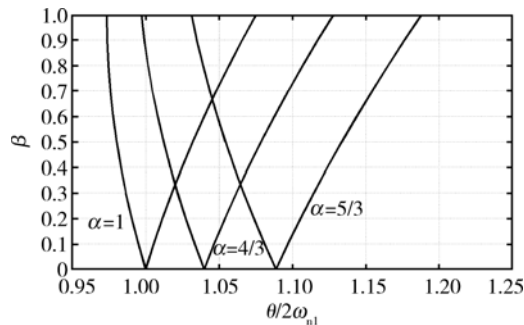


图 11 α 对完整圆柱壳不稳定区的影响 ($\Omega_0 = 30 \text{ rad/s}$)

Fig. 11 Effect of α on instability regions of perfect cylindrical shell ($\Omega_0 = 30 \text{ rad/s}$)

图 12 为模态阻尼比 ξ 对第 1 阶不稳定区域的影响规律. 从图中可以看出随着模态阻尼比 ξ 的增大, 不稳定区域的位置向上移动, 并且面积也越来越小了, 说明模态阻尼比 ξ 对于圆柱壳的动力不稳定区起到了抑制作用, 并且模态阻尼比 ξ 越大, 抑制作用越明显.

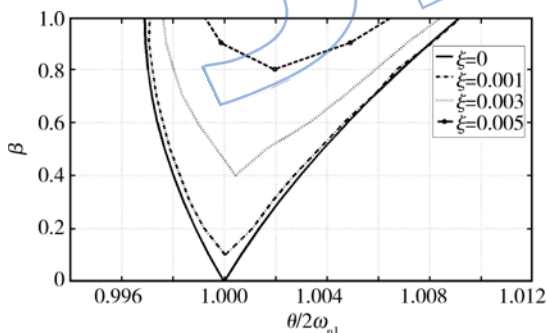


图 12 ξ 对完整圆柱壳不稳定区的影响 ($\Omega_0 = 10 \text{ rad/s}$)

Fig. 12 Effect of ξ on instability regions of perfect cylindrical shell ($\Omega_0 = 10 \text{ rad/s}$)

本文研究中, Ω_0 , α 和 ξ 对各阶固有频率所对应的主不稳定区域的影响规律基本一致, 因此只给出了对于第 1 阶主不稳定区域的影响研究.

3.2 裂纹圆柱壳的参数振动稳定性

图 13~图 15 为裂纹长度对第 1 阶不稳定区域的影响规律图. 所有图中的参数 Ω_0 , α 和 β 的变

化范围都是相同的. 图 13 所示三种裂纹长度所对应的动力不稳定区域位置和面积与图 9 所示无裂纹壳的动力不稳定区域基本一致, 随着裂纹长度的增加, 不稳定区域也基本没有变化. 结果显示这个长度范围内的裂纹对周期时变转速作用下的圆柱壳的参数振动稳定性没有太大影响; 但是从图 14 可以看到, 随着裂纹的增长, 不稳定区域迅速向低频区移动, 并且不稳定区的面积减小了. 随着裂纹长度的增加, 不稳定区域的上下边界会相互交叉 (图 14(b) 所示) 并且交点会不断向着纵轴的负方向移动, 最后两条边界会交换位置. 从图中可以看出裂纹长度在这个范围内时起到了减小不稳定区域的作用, 也就是对动力不稳定性起到抑制作用; 图 15 中所示结果显示当裂纹长度处于此区域时, 随着裂纹长度的增加, 不稳定区域向频率减小的方向移动非常迅速, 并且不稳定区域的面积增大得也非常快. 图中也给出了裂纹壳的特征值静屈曲边界, 由此可以看出在这个区域中周期时变转速影响下圆柱壳受到参数振动稳定性和静屈

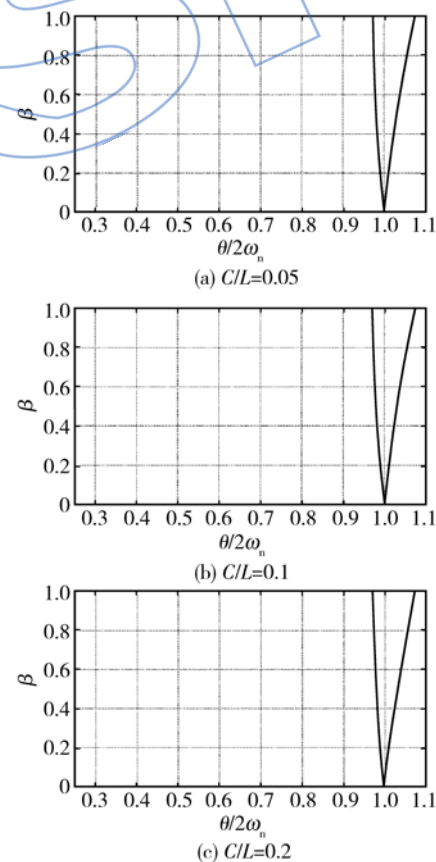


图 13 裂纹长度对不稳定区的影响

($\Omega_0 = 30 \text{ rad/s}$, $\alpha = 1$, $C/L = 0.05, 0.1, 0.2$)

Fig. 13 Effect of crack length on instability regions

($\Omega_0 = 30 \text{ rad/s}$, $\alpha = 1$, $C/L = 0.05, 0.1, 0.2$)

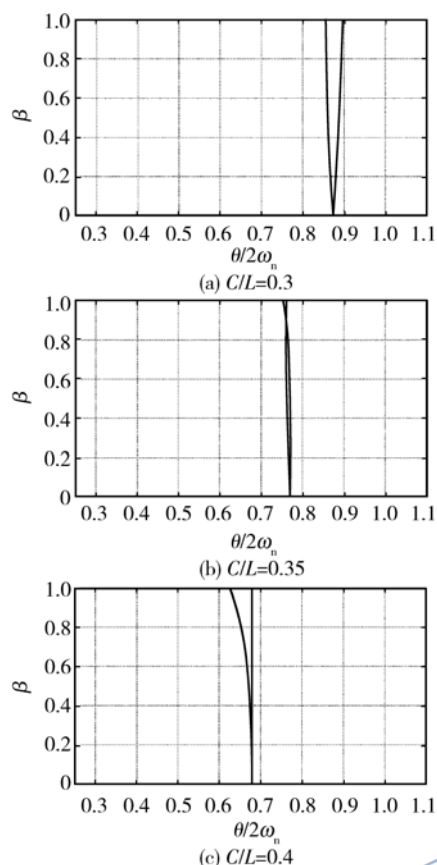


图14 裂纹长度对不稳定区的影响

($\Omega_0 = 30 \text{ rad/s}$, $\alpha = 1$, $C/L = 0.3, 0.35, 0.4$)

Fig. 14 Effect of crack length on instability regions

($\Omega_0 = 30 \text{ rad/s}$, $\alpha = 1$, $C/L = 0.3, 0.35, 0.4$)

曲相互作用(阴影区域即是不稳定区). 文献[19]中也得到了类似时变转速导致结构参数振动不稳定区和静屈曲稳定区相交的现象.

结合2.2节中固有特性的研究结果对以上现象解释如下:对于每一个裂纹长度而言,都会有一条对应的转速-固有频率曲线(如图8所示). 参数振动稳定性分析中周期时变转速的变化范围是 $\Omega_0 \cdot (\alpha - \beta)$ 到 $\Omega_0 \cdot (\alpha + \beta)$,这个范围是整个转速-固有频率曲线的一部分. 这部分可能位于曲线中的频率增长区、频率降低区或者在两区之间的部分. 裂纹长度不同所对应的曲线就不同,固定的周期时变转速变化范围位于曲线上的位置也不同. 图8所示:当裂纹长度 $C = 0.18L$ 时转速变化范围位于频率增长区,当裂纹长度 $C = 0.22L$ 时转速变化范围位于频率降低区,当裂纹长度 $C = 0.2L$ 时转速变化范围位于两区之间的位置. 对应转速变化范围所处转速-固有频率曲线的位置不同,裂纹圆柱壳的参数振动稳定性问题也可以分为以下三组:

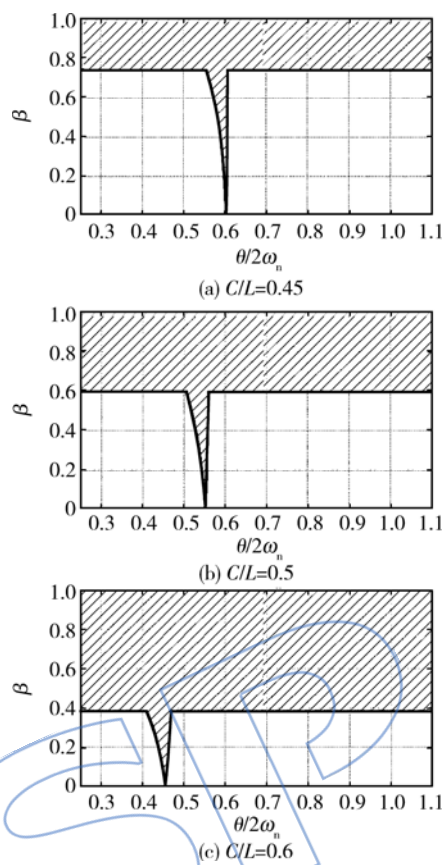


图15 裂纹长度对不稳定区的影响

($\Omega_0 = 30 \text{ rad/s}$, $\alpha = 1$, $C/L = 0.45, 0.5, 0.6$)

Fig. 15 Effect of crack length on instability regions

($\Omega_0 = 30 \text{ rad/s}$, $\alpha = 1$, $C/L = 0.45, 0.5, 0.6$)

1) 当转速变化范围处于频率增长区时,裂纹对于圆柱壳参数振动稳定性几乎没有影响,其参数振动稳定性问题和无裂纹壳的参数振动稳定性问题基本一致.

2) 当转速变化范围位于两区之间时,随着裂纹长度的增长,不稳定区域的面积将会减小,裂纹对动力不稳定区起到了抑制作用.

3) 当转速变化范围位于频率降低区时,增加裂纹长度将会使不稳定区域的面积迅速增大,结构应该尽量避免处于此区域中.

观察也可以发现在裂纹长度增大到 $0.2L$ 之前,动力不稳定区域的位置基本没有发生变化. 但是当裂纹长度增大到 $0.2L$ 之后,动力不稳定区域向着低频方向移动得很快. 这个现象可以利用固有特性的研究结果(图6)进行解释:当裂纹长度位于平缓变化区时,随着裂纹长度的增长固有频率的变化很慢导致所以不稳定区域的原点变化也很慢,当裂纹长度位于剧烈变化区时,随着裂纹长度的增长固有频率的降低很快,因此不稳定区域的原点也向着低频方向移动得很快.

作者还研究了静载荷因子 α 对周期时变转速作用下裂纹圆柱壳的动力不稳定区域的影响. 所有结果都显示出这样的规律: 动力不稳定区域的位置和面积大小与系统的刚度大小和变化范围有直接关系, 而刚度的确定又依赖于以下参数: 裂纹长度 C 、转速基值 Ω_0 、静载荷因子 α 和动载荷因子 β .

4 结 论

本文研究了周期时变转速作用下裂纹圆柱壳的振动特性和参数振动稳定性问题. 其中振动固有特性的研究工作是参数振动稳定性工作研究的基础, 利用固有特性的研究能对参数振动稳定性研究进行深入解释和说明. 参数振动稳定性研究中, 首先利用有限元方法得到裂纹圆柱壳的质量、刚度和阻尼矩阵, 然后利用 Bolotin 方法确定系统的主不稳定区域. 分析了裂纹长度 C 、模态阻尼比 ξ 、转速基值 Ω_0 、载荷因子 α 和 β 对动力特性的影响规律, 主要得到以下结论.

1) 裂纹长度和旋转速度都会对旋转圆柱壳的固有频率有一定影响. 裂纹可能导致固有频率降低和模态局部化现象.

2) 对于无裂纹圆柱壳的参数振动稳定性分析能得到以下结论: 静载荷因子 α 增大, 不稳定区域的面积会增大, 不稳定区域也会向着高频方向移动; 而动载荷因子 β 增大只会增大不稳定区域的面积, 不稳定区域的位置不会发生变化; 阻尼对动力不稳定区起到了抑制作用, 阻尼越大, 动力不稳定区的面积越小.

3) 周期时变转速带来的离心力和裂纹会对圆柱壳的参数振动稳定性产生很大影响. 既可以增大不稳定区域的面积, 又可以减小不稳定区域的面积; 既可以使不稳定区域向高频方向移动, 又可以使其向低频方向移动.

4) 在对裂纹圆柱壳进行参数振动稳定性分析以前, 对其固有特性进行深入研究是非常有必要的, 可以解释参数振动稳定性的规律; 甚至在有些不易于实现参数振动稳定性分析的情况下, 可以利用固有特性分析大致判断不稳定区的位置和形状.

5) 本文给出了利用有限元方法和 Bolotin 方法结合研究结构参数振动稳定性的流程和程序, 可以用于求解高保真工程结构的参数振动稳定性问题.

参考文献:

- [1] 严砺堂. 结构系统动力特性分析[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1989.
- [2] Sahu S K, Datta P K. Research advances in the dynamic stability behavior of plates and shells 1987—2005 part I: conservative systems[J]. Applied Mechanics Reviews, 2007, 60(2): 65-76.
- [3] Bolotin V V. The dynamic stability of elastic systems[M]. San Francisco: Holden-Day, 1964.
- [4] Bieniek M P, Fan T C, Lackman L M. Dynamic stability of cylindrical shells[J]. AIAA Journal, 1966, 4(3): 495-500.
- [5] Koval L R. Effect of longitudinal resonance on the parametric stability of axially excited cylindrical shells[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1974, 55(1): 91-97.
- [6] Yamaki N, Nagai K. Dynamic stability of circular cylindrical shells under periodic shearing forces[J]. Journal of Sound and Vibration, 1976, 45(4): 513-527.
- [7] Yamaki N, Nagai K. Dynamic stability of circular cylindrical shells under periodic compressive forces[J]. Journal of Sound and Vibration, 1978, 58(3): 425-441.
- [8] Evenson H A, Iwanowski E. Dynamic response and stability of shallow spherical shells subjected to time dependent loading[J]. AIAA Journal, 1967, 5(5): 969-1075.
- [9] Ariaratnam S T, Namachchivaya N S. Dynamic stability of pipes conveying pulsating fluid[J]. Journal of Sound and Vibration, 1986, 107(2): 215-230.
- [10] Chiba M, Tani J, Hashimoto H, et al. Dynamic stability of liquid-filled cylindrical shells under horizontal excitation part I: experiment[J]. Journal of Sound and Vibration, 1986, 104(2): 301-319.
- [11] McRobie F A, Popov A A, Thompson J M. Chaotic energy exchange through auto-parametric resonance in cylindrical shells[J]. Journal of Sound and Vibration, 2001, 248(3): 395-411.
- [12] Zhu J Q, Chen C, Shen Y P. Three dimensional analysis of the dynamic stability of piezoelectric circular cylindrical shells[J]. European Journal of Mechanics-A/Solids, 2003, 22(3): 401-411.
- [13] Javidruzi M, Vafai A, Chen J F, et al. Vibration, buckling and dynamic stability of cracked cylindrical shells[J]. Thin-walled Structures, 2004, 42(1): 79-99.
- [14] Ng T Y, Lam K Y, Reddy J N. Parametric resonance of a rotating cylindrical shell subjected to periodic axial loads[J]. Journal of Sound and Vibration, 1998, 214(3): 513-529.
- [15] Ganesan P N, Kadoli R K. A study on the dynamic stability of a cylindrical shell conveying a pulsatile flow of hot fluid[J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 274(3-5): 953-984.
- [16] Young T H, Liou G T. Coriolis effect on the vibration of a cantilever plate with time-varying rotating speed[J]. Jour-

- nal of Vibration and Acoustics, 1992, 114(2): 232-241.
- [17] Young T H, Liou G T. Dynamic response of a rotating blade with time-dependent rotating speed[J]. Journal of Sound and Vibration, 1993, 164(1): 157-171.
- [18] Turhan Ö, Bulut G. Dynamic stability of rotating blades (beams) eccentrically clamped to a shaft with fluctuating speed [J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 280(3-5): 945-964.
- [19] 宋兆泓. 航空发动机典型故障分析[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1993.
- [20] Tang F Q, Huang T C. Modal analysis of a cylindrical shell with a longitudinal crack[J]. Applied Mechanics Division, 1983, 59(13): 77-84.
- [21] Cook R D. Concepts and applications of finite element analysis[M]. New York: John Wiley and Sons, 1981.
- [22] Sewall J L, Naumann E C. An experimental and analytical vibration study of thin cylindrical shells with and without longitudinal stiffeners[R]. NASA TN D-4705, 1968.
- [23] Turhan Ö. A generalized Bolotin's method for stability limit determination of parametrically excited systems[J]. Journal of Sound and Vibration, 1998, 261(5): 851-863.